

# Asemănarea triunghiurilor aplicații practice


prof. Daniela Bratu

# Ce este ASEMĂNAREA?

- Figurile asemenea sunt figurile care își păstrează forma dar nu își păstrează mărimea. De exemplu, dacă mărim sau micșorăm o poză pe telefonul mobil, obținem o imagine asemenea cu cea inițială.



- Asemănarea este folosită și în arhitectură, la proiectarea construcțiilor, când se realizează mai întâi o machetă a clădirii, respectându-se formele și proporțiile.
- Asemănarea se poate folosi și pentru a calcula anumite distanțe și înălțimi (ale copacilor, turnurilor, clădirilor etc)
- **Asemănarea = o mărire/micșorare la scară a figurilor**

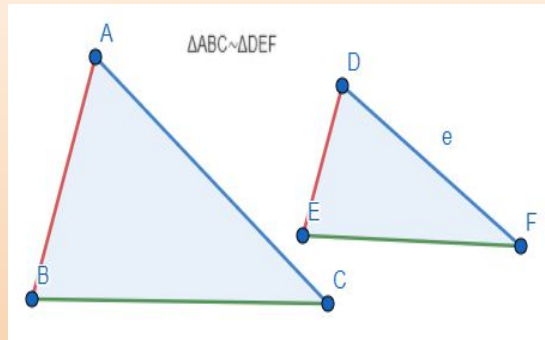


Să ne amintim!  
Cum putem demonstra  
ASEMĂNAREA a două triunghiuri?

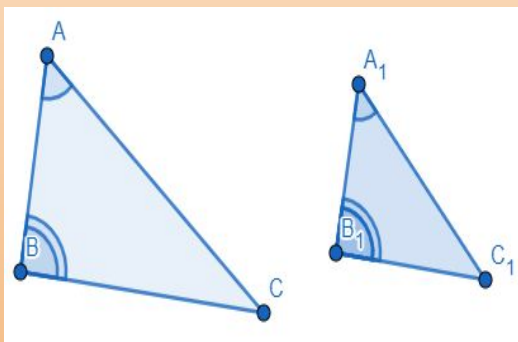
Asociați fiecare teoremă de mai jos cu una dintre imaginile din dreapta:

- A) Teorema fundamentală a asemănării
- B) Criteriul U.U
- C) Criteriul L.U.L
- D) Criteriul L.L.L

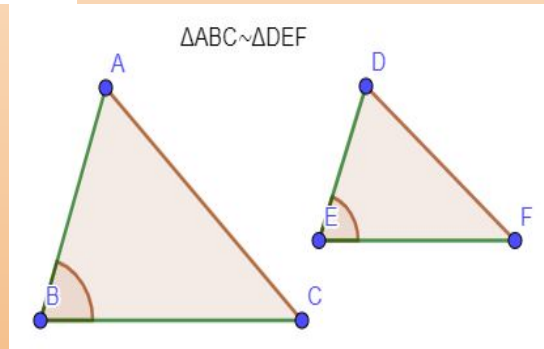
1.



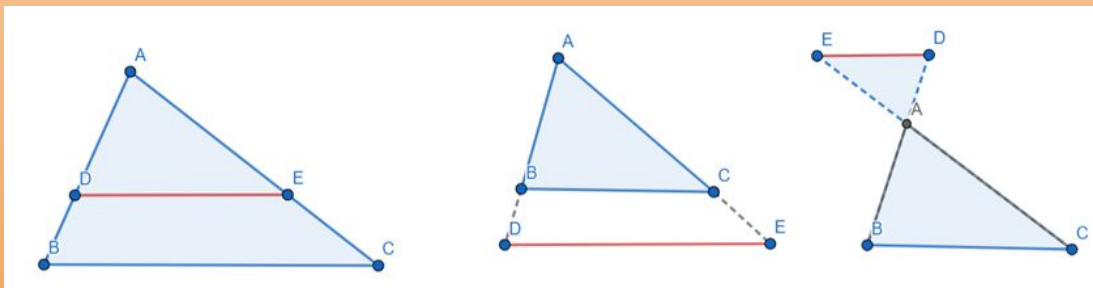
2.



3.

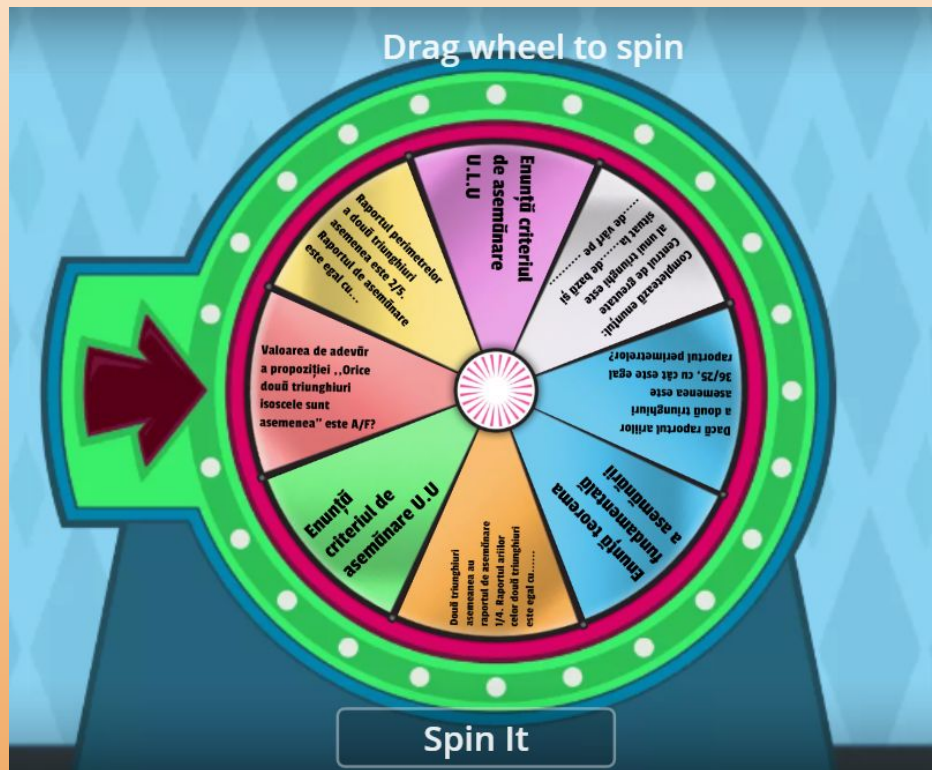


4.



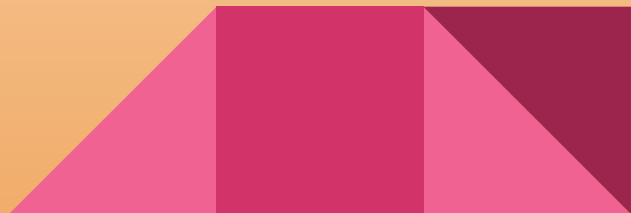
# Răspundeți la întrebările de pe roată!

<https://wordwall.net/resource/16071747>



## **Să aplicăm ce am învățat**

- 1. Determinarea înălțimii unui copac cu ajutorul umbrei**
- 2. Determinarea distanței în funcție de diferența de altitudine**
- 3. Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea**
- 4. Înălțimea unui zid**
- 5. Cum a calculat Thales înălțimea piramidei lui Keops?**

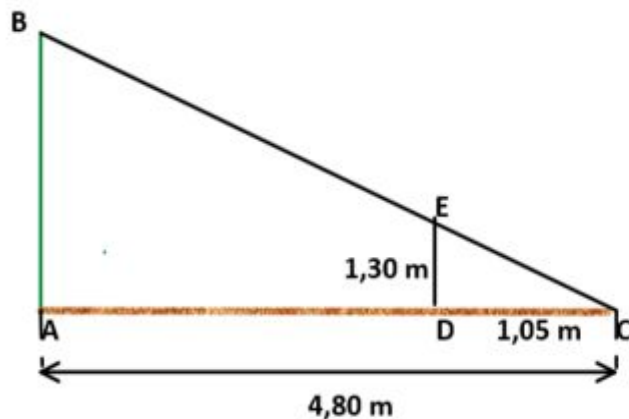


## Aplicația 1-Determinarea înălțimii unui copac cu ajutorul umbrei

În cadrul unui proiect la capitolul „Asemănarea triunghiurilor”, Alexia trebuie să determine înălțimea unui copac din curtea casei sale. Pentru aceasta, l-a rugat pe fratele ei mai mic, Rareș, să se așeze astfel încât vârful umbrei copacului să se suprapună cu vârful umbrei sale. Apoi, cu o ruletă, a măsurat umbra lui Rareș, obținând 1,05 m și umbra copacului, obținând 4,80 m. Știind că înălțimea lui Rareș este de 1,30 m, puteți afla ce înălțime a copacului a obținut Alexia?



# Rezolvarea aplicației 1



Copacul (AB) și Răș (DE) au poziția perpendiculară pe sol. Punctul C reprezintă vârful celor două umbre.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta ABC \\ DE \parallel AB \end{array} \right\} \xrightarrow{TFA} \Delta CDE \sim \Delta CAB \Rightarrow \frac{CD}{CA} = \frac{DE}{AB} = \frac{CE}{CB}$$

Din primele două rapoarte obținem

$$\frac{1,3}{AB} = \frac{1,05}{4,8} \Rightarrow AB = \frac{1,3 \cdot 4,8}{1,05} = \frac{13 \cdot 48}{105} = \frac{624}{105} \cong 5,94 \text{ m}$$

**Observație:** Pentru a obține un rezultat cât mai apropiat de realitate, este bine să se repete experimentul de câteva ori, pentru că pot apărea erori de măsurare (ruleta nu e bine întinsă, citirea nu e precisă, nu se delimitează foarte bine marginea umbrei) sau abateri ale poziției copacului, datorate vântului.

## Aplicația 2-Determinarea distanței în funcție de diferența de altitudine

Mihnea urcă cu teleschi-ul o pârtie care pornește de la altitudinea de 1800 m și a cărei diferență de altitudine este de 210 m. După ce parcurge o parte din distanță, teleschi-ul se oprește. Din curiozitate, Mihnea își consultă ceasul smart pentru a vedea ce altitudine îi indică și constată că a urcat până la 1870 m. A câta parte din lungimea pârtiei a parcurs-o până la oprirea teleschi-ului?

Diferența de altitudine=diferența dintre altitudinea punctului de sosire și altitudinea punctului de plecare (distanța măsurată pe verticală)



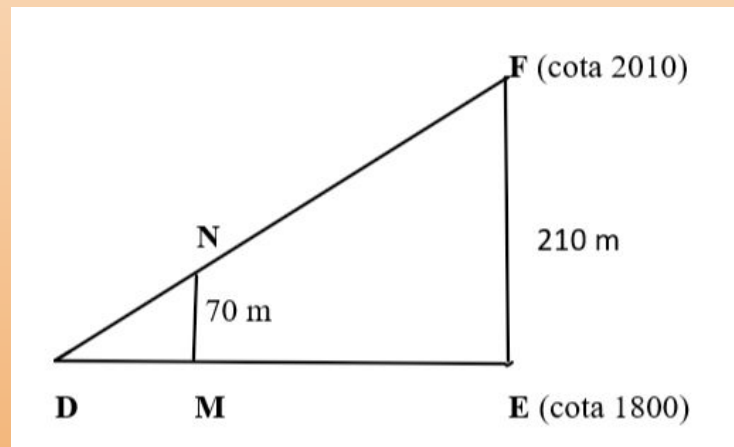
## Rezolvarea aplicației 2

În figura de mai jos, punctul D se află la cota 1800, Mihnea a urcat până în punctul N și trebuie să ajungă în punctul F situat la cota 2010. Dacă N se află la 1870 m altitudine, înseamnă că  $MN=70$  m

$$\left. \begin{array}{l} \triangle DEF \\ MN \parallel EF \end{array} \right\} \xrightarrow{TFAs} \triangle DMN \sim \triangle DEF \Rightarrow \frac{DM}{DE} = \frac{MN}{EF} = \frac{DN}{DF}$$

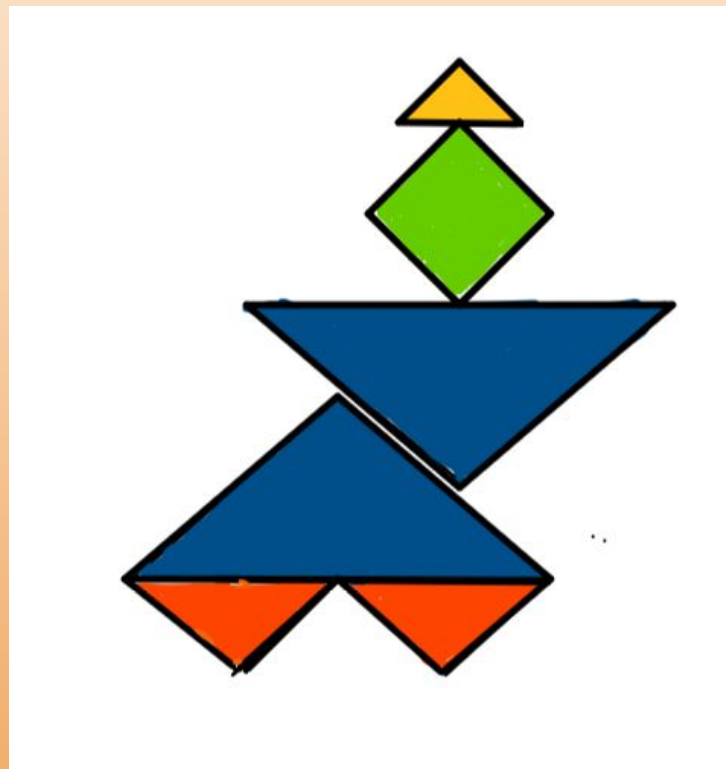
Din ultimele două rapoarte obținem  $\frac{70^{(70)}}{210} = \frac{DN}{DF} \Rightarrow$

$DN = \frac{DF}{3}$  deci Mihnea a parcurs o treime din lungimea părții



## Aplicația 3-Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea

În curtea școlii se realizează desenul alăturat, format din triunghiuri dreptunghice isoscele. Triunghiurile cărămizii au laturile de două ori mai mari decât triunghiul galben, pătratul este format din două triunghiuri congruente cu triunghiurile cărămizii, iar triunghiurile albastre au laturile de două ori mai mari decât cele cărămizii. Știind că pentru vopsirea unui triunghi cărămiziu sunt necesari 300 ml vopsea, aflați ce cantități de vopsea verde, galbenă și, respectiv albastră, sunt necesare.



# Rezolvarea aplicației 3

Triunghiurile din figură sunt asemenea.

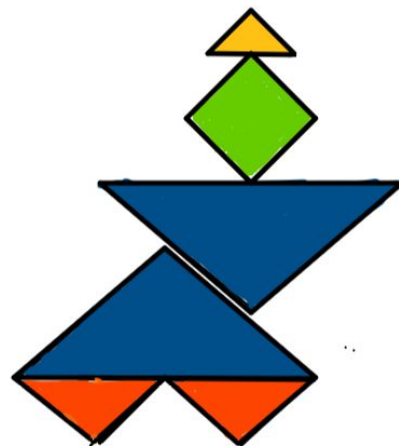
Raportul de asemănare a triunghiului galben și cărămiziu este  $\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{A_g}{A_c} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow A_g = \frac{1}{4} \cdot A_c \Rightarrow$  sunt necesari  $300 \text{ ml} : 4 = 75 \text{ ml}$  vopsea galbenă

Raportul de asemănare a triunghiului cărămiziu și albastru este  $\frac{1}{2}$

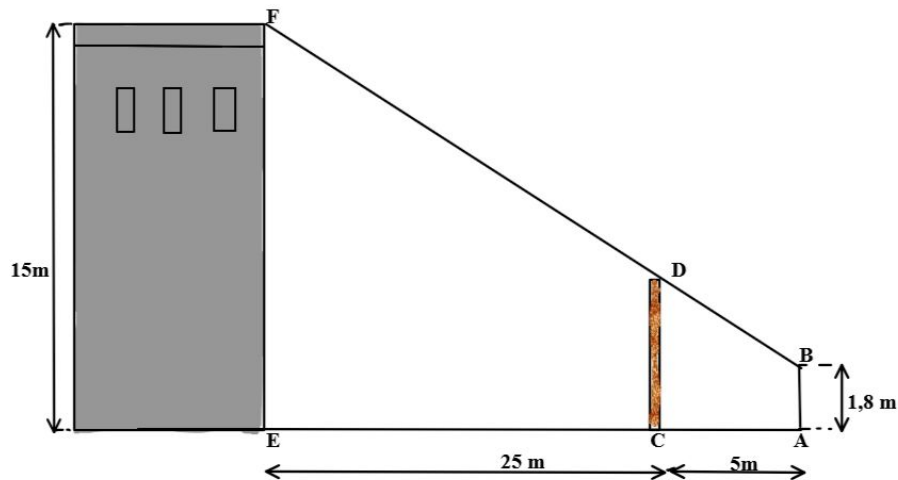
$\Rightarrow \frac{A_c}{A_a} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow A_a = 4 \cdot A_c \Rightarrow$  sunt necesari  $2 \cdot 4 \cdot 300 \text{ ml} = 2400 \text{ ml} = 2,4 \text{ l}$  vopsea albastră pentru cele două triunghiuri albastre

Pentru vopsirea pătratului sunt necesari  $2 \cdot 300 \text{ ml} = 600 \text{ ml}$  vopsea verde.



## Aplicația 4-Înălțimea unui zid

În jurul unui obiectiv militar cu înălțimea de 15 m trebuie construit un zid, situat la 25 m de obiectiv. Care trebuie să fie înălțimea zidului, astfel încât un om cu înălțimea de 1,8 m, care stă dincolo de zid la o distanță mai mică decât 5 m de el, să nu poată vedea obiectivul?



# Rezolvarea aplicației 4

Fie EF-obiectivul militar, CD-zidul și AB-omul

$$AB \perp AE, DC \perp AE, FE \perp AE \Rightarrow AB \parallel CD \parallel EF$$

Fie  $BP \perp EF$  și cum  $AE \perp EF \Rightarrow BP \parallel AE$

$$BP \cap CD = \{T\}$$

Din cele de mai sus  $\Rightarrow ABPE, CTPE$  dreptunghiuri  $\Rightarrow AB = CT = EP = 1,8 \text{ m}$

$$AE = BP = 25 \text{ m} + 5 \text{ m} = 30 \text{ m}$$

$$FP = EF - EP$$

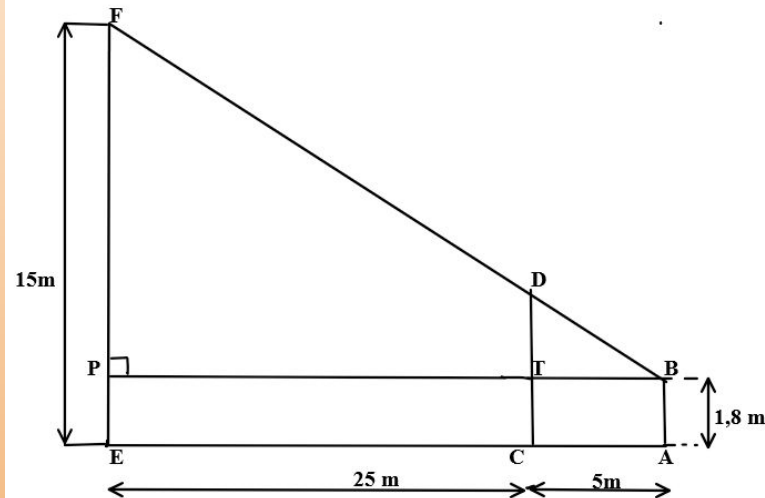
$$FP = 15 \text{ m} - 1,8 \text{ m} = 13,2 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta BPF \\ DT \parallel FP \end{array} \right\} \xRightarrow{TFAs} \Delta BTD \sim \Delta BPF \Rightarrow \frac{BT}{BP} = \frac{DT}{PF} = \frac{BD}{BF}$$

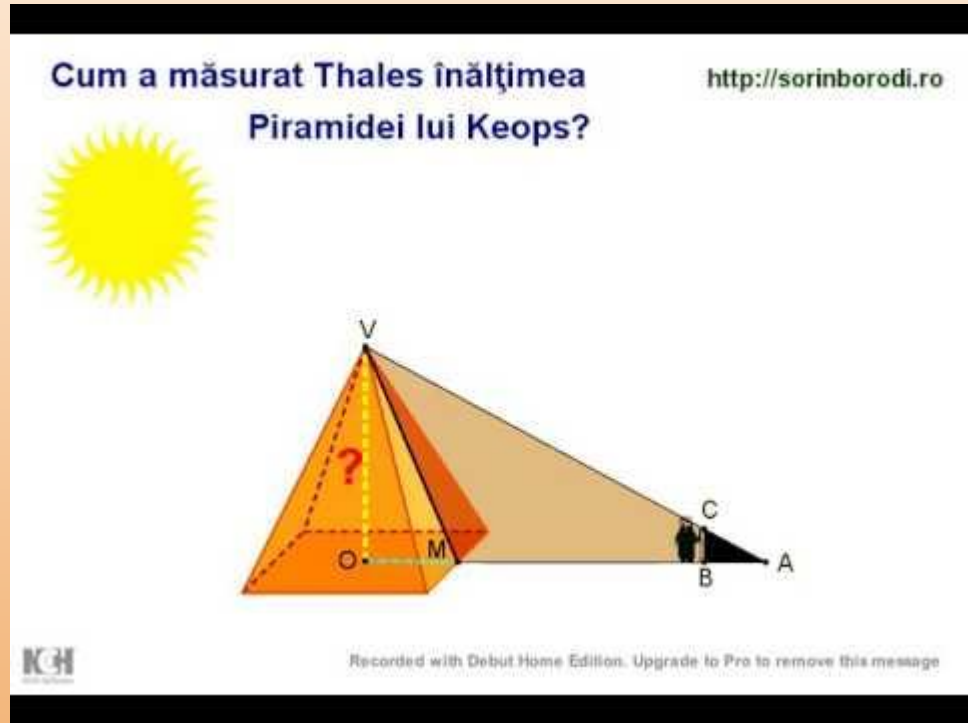
$$\text{Din primele două rapoarte, obținem } \frac{5}{30} = \frac{DT}{13,2} \Rightarrow DT = \frac{5 \cdot 13,2}{30} = 2,2 \text{ m}$$

$$CD = CT + TD$$

$$CD = 1,8 \text{ m} + 2,2 \text{ m} = 4 \text{ m} \Rightarrow \text{înălțimea zidului trebuie să fie de 4 m}$$



## Aplicația 5- Cum a calculat Thales înălțimea piramidei lui Keops?





### **Echipa 1**

<https://docs.google.com/document/d/1v0el8aPmBwjAZKXwrqaMu4iTgFoCbZlboxdIn0KzGaao/edit?usp=sharing>

### **Echipa 2**

<https://docs.google.com/document/d/1agFp4sBGG5LLhZhGLhl6fBziGI0bhY6s3u1zDcM49yA/edit?usp=sharing>

### **Echipa 3**

[https://docs.google.com/document/d/1b3xql5sdjr7DW9eYmyMrb97\\_B-OoZvLiOQl0E\\_v71IA/edit?usp=sharing](https://docs.google.com/document/d/1b3xql5sdjr7DW9eYmyMrb97_B-OoZvLiOQl0E_v71IA/edit?usp=sharing)

### **Echipa 4**

[https://docs.google.com/document/d/1DQ-HGNKUGyUt4JCsDhJVpxp1\\_q0nYQy0OsOay3Drypo/edit?usp=sharing](https://docs.google.com/document/d/1DQ-HGNKUGyUt4JCsDhJVpxp1_q0nYQy0OsOay3Drypo/edit?usp=sharing)

# Temă

Rezolvați fișa din link-ul de mai jos.

[https://docs.google.com/document/d/1vVYNnjIEPYLk8BBjR5Zozr\\_waRhHFEEeBs-a-II\\_Aqcw/edit?usp=sharing](https://docs.google.com/document/d/1vVYNnjIEPYLk8BBjR5Zozr_waRhHFEEeBs-a-II_Aqcw/edit?usp=sharing)

# Bibliografie/Siteografie

1. Perianu, M., Balica, I., *Matematică, clasa a VII-a, semestrul al II-lea*, Editura Art Educațional
2. Ștefan, R., Buduianu, V., Ciorăneanu, O.D., Călărașu, M., *Matematică-Exerciții și probleme, clasa a 7-a*, Editura Niculescu
3. Zanoschi, A., Iurea, Gh., Popa, G., *Matematică algebră+geometrie, clasa a 7-a* Editura Paralela 45, 2020
4. <https://www.youtube.com/watch?v=z7emDFuxJP8>
5. <https://www.matera.ro/2020/01/triunghiuri-asemenea/>